

Asymptotic behavior forecast by linear regression /Lapach S.M.//

Paper is devoted to the problem of asymptotic process forecasting by linear regression. The procedure of variables preliminary transformation is proposed with non-modified other procedures of model construction.

Лапач С.М. Лінійна регресія при прогнозування асимптотичних залежностей
Вестник Херсонского национального технического университета, №3(39),
2010г., – С.257–260.

Кл. сл.

Линейный регрессионный анализ, прогнозирование, асимптотическая
зависимость

linear regression, asymptotic process forecasting, preliminary transformation

Лінійна регресія при прогнозуванні асимптотичних залежностей

Постановка проблеми.

Відсутність обґрунтованого опису використання лінійної за параметрами регресії для прогнозування процесів з асимптотичними залежностями.

Аналіз публікацій за темою дослідження.

В літературі по регресійному аналізу з застосуванням в технічних галузях прогнозування за межами інтервалів зміни незалежних факторів в навчальній вибірці, за якою отримана модель, вважається некоректним. Як правило, прогнозуванням називають розрахунок відгуку для комбінацій факторів, які не співпадають з навчальною вибіркою, але знаходяться в межах факторного простору, нею визначеного. В економетриці ця некоректність ігнорується, в основному, для залежності від часу. При цьому в більшості випадків навіть не вказується, що необхідною умовою такого прогнозу є сталість умов.

Формулювання мети статті.

Використання лінійної регресії для прогнозування асимптотичних залежностей в техніці.

Основна частина.

При переході до експлуатації АТ за фактичним станом виникає проблема прогнозувати зміну критичних властивостей обладнання за часом експлуатації або зберігання. Частина цих залежностей, виходячи з фізичних особливостей процесів, має асимптотичний характер. Прогнозування таких характеристик за традиційними лінійними за параметрами (поліноміальними) регресійними рівняннями неможливе, оскільки поліноми не забезпечують опис асимптотичних залежностей. Модель, яка задовільно описує експериментальні дані, при прогнозі дає в такому випадку безглузді з точки зору фізики процесу, який відбувається, результати.

Для таких випадків пропонується попередня заміна відповідної змінної виду $X'_i = 1/X_i + c$, де $c \neq 0$ тільки для випадків, в яких змінна X_i може приймати нульове значення. Подальша побудова регресійної моделі може відбуватися звичайним чином, наприклад, як описано в [1, 2].

Розглянемо запропонований підхід на простому прикладі прогнозування властивостей прокладок з гуми в агресивному середовищі. Всі представлені моделі побудовані за допомогою програмного засобу ПРІАМ [3].

Досліджувалась залежність залишкової деформації прокладок від температури і часу експлуатації.

Отримана традиційна лінійна за параметрами модель (залежність другої степені):

$$Y = 34,5789 + 15,7167x_2 + 7,46375x_1 - 10,2765z_2$$

$$\text{де: } x_1 = 0,0493506*(X_1 - 104,737); x_2 = 0,0440835*(X_2 - 12,3158);$$

$$z_2 = 2,40773*(x_2^2 - 0,408122*x_2 - 0,176549);$$

Модель має хороші статистичні характеристики і задовільно описує експериментальні дані. Модель адекватна ($F_{\text{розр}}=7,049 > F_{\text{кр}}=1,381$) при рівні значущості $\alpha=0,05$ і інформативна. Коефіцієнт множинної кореляції 0,882. Цей коефіцієнт статистично значущий: $F_R=37,294 > F_{\text{кр}}= 3,287$ при рівні значущості $\alpha=0,05$ та степенях свободи $v_1 = 3$ і $v_2 = 15$. Інформативність моделі висока, оскільки для критерію Бокса-Веца $\gamma=2$. Модель стійка: число обумовленості COND = 1,005.

Отримана модель пояснює 88,2% загального розсіювання. Середня похибка апроксимації 8,07%.. Середня абсолютна похибка 2,42.

На рис.1. показаний графік, побудований за моделлю на навчальній вибірці. З нього видно, що на кінцевій частині траєкторії відбувається спотворення очікуваної форми залежності в зв'язку з особливостями апроксимації поліноміальними функціями.

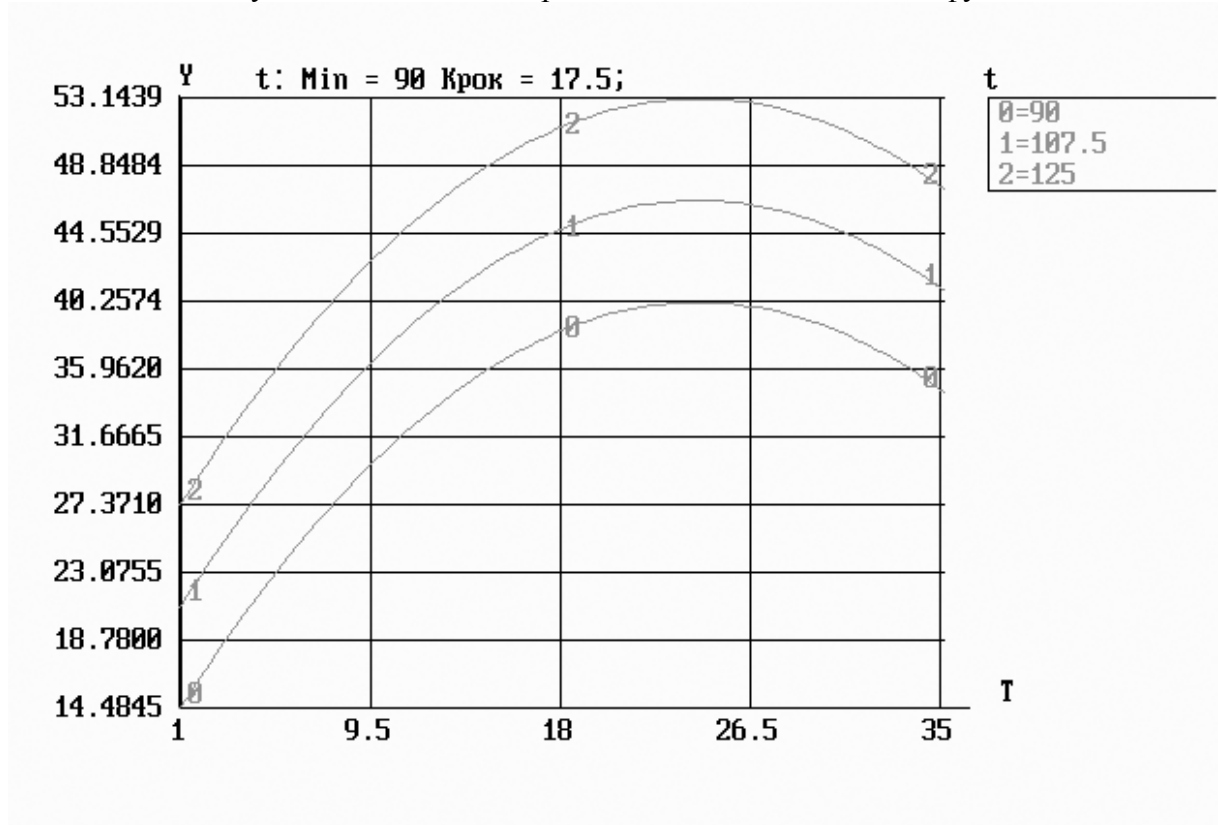


Рис. 1. Опис процесу за традиційною моделлю

Якщо виконати за цією моделлю прогноз (рис. 2), то ми отримаємо абсурдні результати: відновлення властивостей гуми. Тобто, модель непридатна для прогнозування.

Виконуємо попереднього перетворення другого фактору (часу) виду $X'_2 = \frac{1}{X_2}$ і

після цього знову будемо регресійну модель.

Отримана модель:

$$Y = 34,5789 - 26,6863x_2 + 7,55014x_1 + 8,36005z_2,$$

де: $x_1 = 0,0493506 \cdot (X_1 - 104,737)$; $x_2 = 1,21277 \cdot (X_2 - 0,175439)$;

$z_2 = 5,60689 \cdot (x_2^2 - 0,772491 \cdot x_2 - 0,0670962)$;

Модель адекватна ($F_{\text{розр}}=26,931 > F_{\text{кр}}=1,381$) при рівні значущості $\alpha=0,05$ і інформативна. Коефіцієнт множинної кореляції 0,984. Цей коефіцієнт статистично значущий: $F_R=156,583 > F_{\text{кр}}= 3,287$ при рівні значущості $\alpha=0,05$ та степенях свободи $\nu_1 = 3$ і $\nu_2 = 15$. Інформативність моделі висока, оскільки для критерію Бокса-Веца $\gamma=6$. Модель стійка: число обумовленості $\text{COND} = 1,134$.

Отримана модель пояснює 96,9% загального розсіювання. Середня похибка апроксимації 3,56%.. Середня абсолютна похибка 1,20.

Ця модель має значно кращі статистичні характеристики за попередні.

На рис.3 представлені експериментальні (літера «М») та число, яке відповідає температурі) і модельні дані (літера «Е») та число, яке відповідає температурі) в діапазоні, що відповідає експериментальним даним. З рисунка видно, що модель добре описує експериментальні дані. На рис. 4 виконується прогнозування процесу старіння до 63 днів при різних температурах (90°C, 110°C, 125°C).

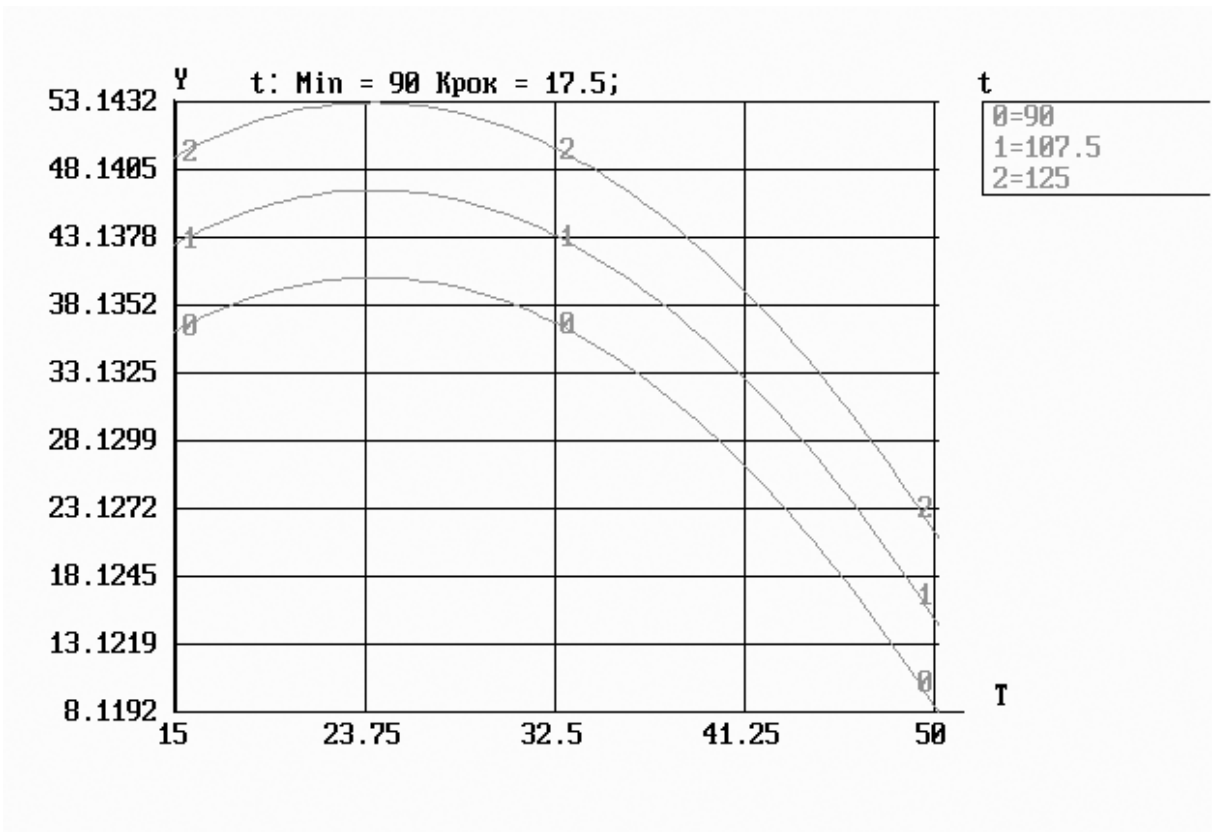


Рис. 2. Прогноз за традиційною моделлю

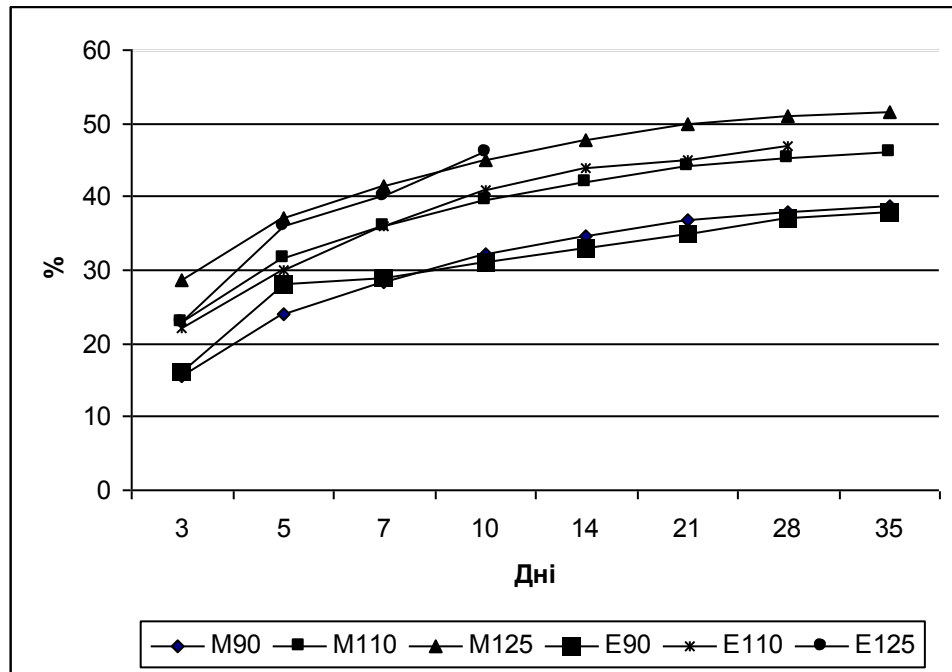


Рис. 3 Порівняння моделі і результатів експерименту (модель з попереднім перетворенням)

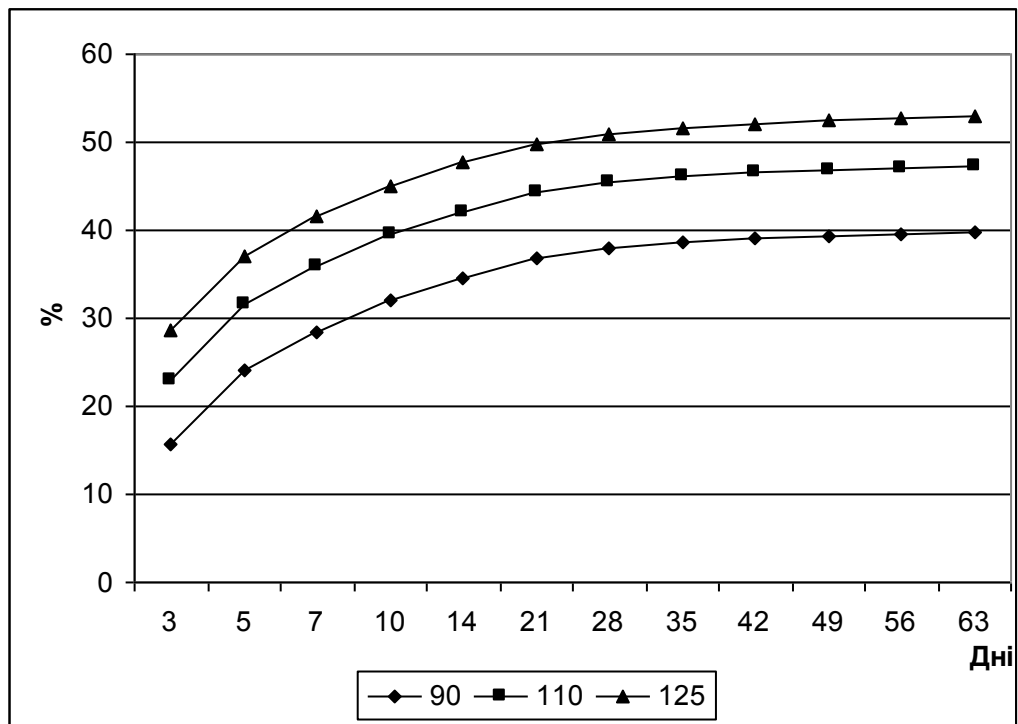


Рис. 4. Прогноз поведінки за моделлю (модель з попереднім перетворенням)
 Аналіз статистичних характеристик моделі та графіків дозволяє зробити висновок про можливість її використання для опису та прогнозу процесів старіння гуми.

Порівняння двох видів моделей свідчить, що модель з попереднім перетворенням має і кращі описові характеристики.

Висновки і перспективи подальших досліджень.

Запропонований підхід дозволяє будувати регресійні моделі для прогнозу характеристик виробів і приладів, які дозволяють приймати обґрунтовані рішення щодо їх експлуатації за фактичним станом при зміні характеристик в часі. Моделі при прогнозі узгоджуються з фізикою процесів. В зв'язку з тим, що вимагається тільки попереднє перетворення відповідного фактору, в подальших діях по побудові математичних моделей можливе використання існуючих програмних засобів та алгоритмів.

В подальшому планується узагальнити попередні перетворення змінних для всіх випадків, в яких поліном не забезпечує задовільне описання процесу. Приведена перетворення буде розглядатись як окремий випадок.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лапач С.Н. / С.Н. Лапач, А.В. Чубенко, П.Н. Бабич Статистические методы в медико-биологических исследованиях с использованием Excel –2 изд. перераб. и доп. –К.: 2001, Морион. – 408с.
2. Лапач С.Н. / С.Н. Лапач, А.В. Чубенко, П.Н. Бабич Статистика в науке и бизнесе – К.: 2002, Морион. – 640с.
3. Лапач С.Н. / Лапач С.Н., Радченко С.Г., Бабич П.Н. Планирование, регрессия и анализ моделей PRIAM (ПРИАМ) / Каталог программные продукты Украины. К.: 1993. С. 24–27.